

数学寒假作业（复习） Day 1 (练习时长：40 分钟)

姓名：

完成评价：

一、直线的方程知识回顾

1. 直线的倾斜角与斜率

(1) 若直线 l 的倾斜角 $\alpha \neq 90^\circ$ ，则斜率 $k =$ _____.

(2) $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 在直线 l 上，且 $x_1 \neq x_2$ ，则直线 l 的斜率 $k =$ _____.

2. 直线的方程

方程	适用范围
点斜式：_____	不包含直线 $x = x_1$
斜截式：_____	不包含垂直于 x 轴的直线
两点式：_____	不包含直线 $x = x_1$ （当 $x_1 = x_2$ 时） 和直线 $y = y_1$ （当 $y_1 = y_2$ 时）
截距式：_____	不包含垂直于坐标轴和过原点的直线
一般式：_____	平面直角坐标系内的直线都适用

3. 两条直线的位置关系

位置关系	$l_1: y = k_1x + b_1$ 与 $l_2: y = k_2x + b_2$	$l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$ 与 $l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$
相交	$k_1 \neq k_2$	$A_1B_2 - A_2B_1 \neq 0$
垂直	$k_1k_2 = -1$	$A_1A_2 + B_1B_2 = 0$
平行	$k_1 = k_2$ 且 $b_1 \neq b_2$	$\begin{cases} A_1B_2 - A_2B_1 = 0 \\ B_1C_2 - B_2C_1 \neq 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} A_1B_2 - A_2B_1 = 0 \\ A_1C_2 - A_2C_1 \neq 0 \end{cases}$
重合	$k_1 = k_2$ 且 $b_1 = b_2$	$A_1B_2 - A_2B_1 = A_1C_2 - A_2C_1 = B_1C_2 - B_2C_1 = 0$

注意：

(1) 当两条直线平行时，容易遗漏斜率不存在时的情况；

(2) 当两条直线垂直时，容易遗漏一条直线的斜率不存在、另一条直线的斜率为零的情况。

4. 距离问题

条件	距离公式
点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 之间的距离	$ P_1P_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
点 $P_0(x_0, y_0)$ 到直线 $l: Ax + By + C = 0$ 的距离	$d = \frac{ Ax_0 + By_0 + C }{\sqrt{A^2 + B^2}}$
两条平行线 $Ax + By + C_1 = 0$ 与 $Ax + By + C_2 = 0 (C_1 \neq C_2)$ 的距离	$d = \frac{ C_1 - C_2 }{\sqrt{A^2 + B^2}}$

5. 对称问题

(1) 中心对称: 点 $B(x, y)$ 为点 $A(x_1, y_1)$ 与 $C(x_2, y_2)$ 的中点, 中点坐标公式为 $\begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$;

(2) 轴对称: 若点 P 关于直线 l 的对称点为 P' , 则 $\begin{cases} PP' \perp \text{直线 } l \\ P \text{ 与 } P' \text{ 的中点在 } l \text{ 上} \end{cases}$.

一、单选题 (每题只有一个选项正确)

1. 已知直线 l 过点 $A(1, 0)$, $B(2, \sqrt{3})$, 则直线 l 的倾斜角为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

2. 已知两点 $A(1, -2)$, $B(2, 1)$, 直线 l 过点 $P(0, -1)$ 且与线段 AB 有交点, 则直线 l 的倾斜角的取值范围为 ()

- A. $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$ B. $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right]$
C. $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$ D. $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right]$

3. 已知点 $P(x, y)$ 在直线 $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ 上的运动, 则 $x^2 + (y - 2)^2$ 的最小值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

4. 已知直线 $3x + y - 3 = 0$ 和 $6x + my + 1 = 0$ 互相平行, 则它们之间的距离是 ()

- A. 4 B. $\frac{\sqrt{10}}{20}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{4}$ D. $\frac{7\sqrt{10}}{20}$

5. 已知直线 $l_1: y = kx - 2k + 1$ 与直线 l_2 关于点 $(1, 0)$ 对称, 则 l_2 恒过的定点为 ()

- A. $(2, 1)$ B. $(2, -1)$ C. $(0, -1)$ D. $(-1, -1)$

6. 直线 $x \sin \alpha + y + 2 = 0$ 的倾斜角的取值范围是 ()

- A. $[0, \pi)$ B. $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$ C. $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ D. $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right]$

7. 已知圆 C 的方程为 $x^2 + y^2 - 2y - 1 = 0$, $P(a, b)$ 为圆 C 上任意一点, 则 $\frac{2a+b-5}{a-2}$ 的取值范围为 ()

- A. $[-1, 2]$ B. $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$ C. $[1, 3]$ D. $(-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$

8. 已知点 $O(0,0)$, $A(0,1)$, $B(1,1)$, $C(1,0)$, 平面上仅在线段 OA , AB , BC 所在位置分别放置一个双面镜. 现有一道光束沿向量 $\vec{f} = (1, m)$ ($m > 0$) 的方向从线段 OC 上某点 (不含端点) 射入, 若光束恰好依次在 BC , AB , OA 各反射一次后从线段 OC 上某点射出, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $\left(\frac{1}{3}, 2\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ C. $\left(\frac{2}{3}, 2\right)$ D. $\left(\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\right)$

二、多选题

9. 下列四个命题中真命题有 ()

A. 直线 $y = x - 4$ 在 y 轴上的截距为 4. B. 经过定点 $A(0, m)$ 的直线都可以用方程 $y = kx + m$ 表示.

C. 直线 $6x + my + 4m - 12 = 0$ ($m \in \mathbf{R}$) 必过定点 $(2, -4)$.

D. 已知直线 $3x + 4y - 1 = 0$ 与直线 $6x + my - 12 = 0$ 平行, 则平行线间的距离是 1.

10. 已知直线 $l_1: x + ay - a = 0$ 和直线 $l_2: ax - (2a - 3)y - 1 = 0$, 下列说法正确的是 ()

- A. l_1 始终过定点 $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ B. 若 $l_1 \parallel l_2$, 则 $a = 1$ 或 -3
C. 若 $l_1 \perp l_2$, 则 $a = 0$ 或 2 D. 当 $a < 0$ 时, l_1 始终不过第三象限

11. 已知 $l_1: x + ay + 2 = 0$, $l_2: ax - y + 1 = 0$, $l_3: 16x - 13y + 5 = 0$ 这三条直线有唯一公共点, 则实数 a 的可能取值有 () A. -4 B. -2 C. 2 D. 4

12. 下列结论正确的是 ()

A. 若 $A(-2, 3)$ 、 $B(3, -2)$ 、 $C(1, m)$ 三点共线, 则 m 的值为 0

B. 经过点 $(3, 2)$, 且在两坐标轴上的截距相反的直线方程为 $x - y - 1 = 0$

C. 已知两点 $M(-3, 4)$ 、 $N(3, 2)$, 过点 $P(1, 0)$ 的直线 l 与线段 MN 有公共点, 则 l 的斜率 k 的取值范围为 $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

D. 经过直线 $l_3: x + 3y - 10 = 0$ 和直线 $l_4: 3x - y = 0$ 的交点, 且和原点相距为 1 的直线一共有三条

三、填空题

13. 已知直线 $l_1: \alpha x + (2\alpha - 1)y - 1 = 0$ 与直线 $l_2: x - \alpha y + 3 = 0$ 互相垂直，则实数 α 的值为_____.

14. 直线 $x + y + b = 0$ 与线段 AB 没有公共点，其中 $A(1, 2)$, $B(3, -3)$ ，则实数 b 的取值范围是_____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, $C(0, 2\sqrt{2})$ ，则 $\angle A$ 的平分线的方程是_____.

四、解答题.

16. 已知直线 $l: kx - y + 1 + 2k = 0 (k \in \mathbb{R})$

(1) 若直线 l 不经过第四象限，求 k 的取值范围；

(2) 判断直线 l 与直线 $4x + 2y - 5 = 0$ 的位置关系；

(3) 若直线 l 交 x 轴负半轴于点 A ，交 y 轴正半轴于点 B ， O 为坐标原点，设 $\triangle AOB$ 的面积为 S ，求 S 的最小值及此时直线 l 的方程.